Investigación Operativa

– Entrega de problemas 2 –

Sergio García Mondaray
04621336-S

Escuela Superior de Informática de Ciudad Real
Universidad de Castilla-La Mancha

Índice general

Capítulo 1

El algoritmo del Simplex

1.1. Introducción (Clase 1)

El método del Simplex se utiliza, sobre todo, para resolver problemas de programación lineal en los que intervienen tres o más variables –ya que con 2 variables el método gráfico resulta más rápido y sencillo–.

El método del simplex utiliza el álgebra matricial (eliminación de Gauss-Jordan).

1.1.1. Semejanzas con el método de los vértices

Al igual que el método de los vértices, el Simplex es un proceso iterativo que va mejorando la solución paso a paso. Se vasa en la siguiente propiedad: *Si la función f no toma su valor máximo en el vértice A, entonces hay una arista que parte de A a lo largo de la cual f aumenta.*

1.1.2. Características del algoritmo del Simplex

El Simplex sólo revisa las soluciones factibles. De existir soluciones, una de estas debe ser la óptima. Siempre que sea posible, el Simplex elige el origen (es decir, todas las variables de decisión con valor 0) como solución factible inicial. Cuando esto no es posible se requieren procedimientos especiales.

Dada una solución factible, es computacionalmente más rápido reunir información sobre sus soluciones factibles adyacentes que sobre otras, de ahí la forma de proceder del Simplex: identifica la tasa de mejora en Z que se obtendría al moverse por cada una de las aristas; si ninguna tasa de ganancia le aporta a la función objetivo, significa que la solución factible actual es la óptima.

1.2. Resolución Algebraica (Clase 2)

El algoritmo del Simplex requiere de una notación especial, a la que llamaremos *forma estándar*. Por tanto, antes de proceder con dicho algoritmo debemos representar las restricciones y la función objetivo en forma estándar:

- La optimización debe ser Maximizar. Si lo que queremos en realidad es minimizar una función F, símplemente maximizaremos la función $-F$.
- El lado derecho de las restricciones debe tener valor positivo. Si no es así en alguna restricción, la transformaremos multiplicando por -1.
- Las variables de decisión no deben ser negativas. Si alguna es negativa, la transformaremos en una resta de dos variables positivas.
- Las restricciones deben ser expresadas como igualdades. Para ello se introducen las variables de holgura.

1.3. Resolución Tabular (Clase 3)

Una vez que tengamos nuestra función objetivo y nuestras restricciones en forma estándar, podremos proceder a utilizar el algoritmo del Simplex para resolver el problema.

El algoritmo del Simplex es el siguiente:

```
Construir la tabla inicial
Mientras condicion_parada = falso hacer:
    Elegir la variable que sale
    Elegir la variable que entra
    Actualizar tabla
Dar resultado
```

1.3.1. Contrucción de la tabla principal

Por cada solución básica factible necesitaremos construir una tabla que contará de:

- Coeficientes de las variables básicas en la función objetivo
- Valores de las variables básicas.
- Variable básica de cada ecuación.
- Tantas columnas como variables haya básicas o no básicas puestas en orden
- Las m variables formarán la primera base, y la solución del sistema de ecuaciones se que obtendría con esos cambios es una solución básica factible (SBF).

La tabla tendrá esta estructura:

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	$\mathbf{Y_7}$	$\mathbf{Y_8}$	**B**	**OP**
	$X_i =?$										
	$X_i =?$										
	$X_i =?$										
	$X_i =?$										
	Z										
	$\mathbf{Z - C_i}$										

1.3.2. Condición de parada

El bucle se detiene cuando la tabla actual es tal que en su última fila no aparece ningún valor estrictamente negativo

Elección de la variable que entra

En caso de que el algoritmo no se haya detenido, hay que elegir qué variable, de entre las que no están en la base, va a entrar en dicha base.

Para ello nos fijamos en los valores estrictamente negativos que haya en la última fila. Se escogerá la variable j correspondiente al más negativo (es decir, mayor valor absoluto) de estos valores.

Elección de la variable que sale

Una vez elegida la variable j que entra, nos fijamos en la columna cuyo título es y_j. Dividimos el vector X^B entre el y_j, componente a componente.

De entre las fracciones con denominador estrictamente positivo que resulten (es decir, las correspondientes a componentes estrictamente positivas de y_j), escogemos la mínima.

La fila donde hemos obtenido este valor mínimo es la de la variable de la base que sale.

1.3.3. Actualización de la tabla

Construimos una tabla nueva, en la que la primera fila es la misma que en la antigua (son los los rótulos).

Las columnas con títulos c_B y Base sólo se ven alteradas en un elemento cada una: el elemento de la fila correspondiente a la variable que ha cambiado en la base.

La subtabla formada por los a_{jk} y los b_{iz} debe ser alterada de tal modo que en cada una de sus filas haya un -Y1¡ en el elemento de la columna de la variable de la base que corresponde a esa fila, y un cero en los elementos de las columnas de las demás variables de la base.

Tras haber hecho esto, la última fila de la tabla global se actualiza recalculando sus valores con las fórmulas que se usaron para la construcción de la primera tabla.

1.3.4. Resultado

Tras haber hecho esto, la última fila de la tabla global se actualiza recalculando sus valores con las fórmulas que se usaron para la construcción de la primera tabla.

1.4. Situaciones Problemáticas

- Empate para la variable básica entrante:

  Si tanto x_1 como x_2 (por ejemplo) pueden entrar a la base. La elección de cual variable entra es arbitraria.

- Empate para la variable básica que sale.

  El cociente mínimo tiene un empate.

  Al escoger una de las dos como variable que sale, la otra que no se esoge quedará dentro de la base con valor cero.

  Puede entrar en un bucle infinito.

  Esto se denomina bucle degenerado.

- No hay variable que sale: Z no está acotada, error en el modelo.

- Soluciones óptimas múltiples: Cualquier problema de programación lineal con soluciones óptimas múltiples (y una región factible acotada), tiene al menos 2 soluciones FEV que son óptimas.

  Cuando pasa esto, al menos, una V.N.B tiene coeficiente cero en la fila $Z + C_j$ final.

1.5. Variables Artificiales (Clase 4)

Muchas veces en la tabla Simplex no contamos con un conjunto de variables básicas definido.

Una forma de coseguirlo es añadir nuevas variables al problema. Éstas variables se conocen como variables artificiales. Cuando el problema se encuentra en su forma estándar completa, se suman las variables artificiales a las restricciones necesarias para poder obtener una matriz básica igual a la identidad. Éstas variables no tienen que afectar a la solución del problema, para ello, se añaden las variables artificiales a la función objetivo con un coeficiente muy positivo (M) y con un signo dependiente de la operación (negativo para maximizar y positivo para minimizar). Para maximizar o minimizar la función objetivo deben anularse estas variables, con lo que en alguna de las iteraciones del Simplex las variables dejan de ser básicas y a partir de ese momento se prescinde de ellas para obtener la solución.

Capítulo 2

Ejercicios

2.1. Ejercicio 2

2.1.1. Enunciado

En la plaza vieja de Praga existe una pastelería en la que se hacen dos tipos de tartas: la Vienesa y la Real. Cada tarta Vienesa necesita 0'25 Kg de relleno y 1 Kg. de bizcocho y produce un beneficio de 250 u.m. mientras que una tarta Real necesita 0'5 Kg. de relleno y 1 Kg. de bizcocho y produce 400 u.m. de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tartas de cada tipo. ¿Cuántas tartas Vienesas y cuántas Reales deben vender al día para maximizar el beneficio?

a) Resuelva el problema mediante el método gráfico.

b) Resuelva el problema mediante el Algoritmo Simplex.

c) Explique las similitudes entre uno y otro método.

Especifiación formal del problema

- Variables de decisión:

$$x_1 = \text{número de tartas Vienesa}$$
$$x_2 = \text{número de tartas Real}$$

- Función a optimizar (maximizar):

$$Z = 250x_1 + 400x_2$$

- Restricciones del problema:

$$\begin{aligned} R1 &: \ 0'25x_1 + 0'5x_2 \leq 50 \\ R2 &: \ x_1 + x_2 \leq 150 \\ R3 &: \ x_1 + x_2 \leq 125 \\ R0 &: \ x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

2.1.2. Resolución por el método gráfico

1. Representamos las restricciones:

Ver figura 2.1

2. Calculamos el valor de la función a optimizar en cada vértice:

$$A = (0,0) \Rightarrow Z = 0$$
$$B = (125,0) \Rightarrow Z = 31250$$
$$C = (50,75) \Rightarrow Z = 42500$$
$$D = (100,0) \Rightarrow Z = 25000$$

3. Solución: Como podemos apreciar, el vértice que maximiza la función objetivo es el vértice C. Por tanto, el valor máximo de Z es 42500, y la solución:

$$x_1 = 50, \quad x_2 = 75$$

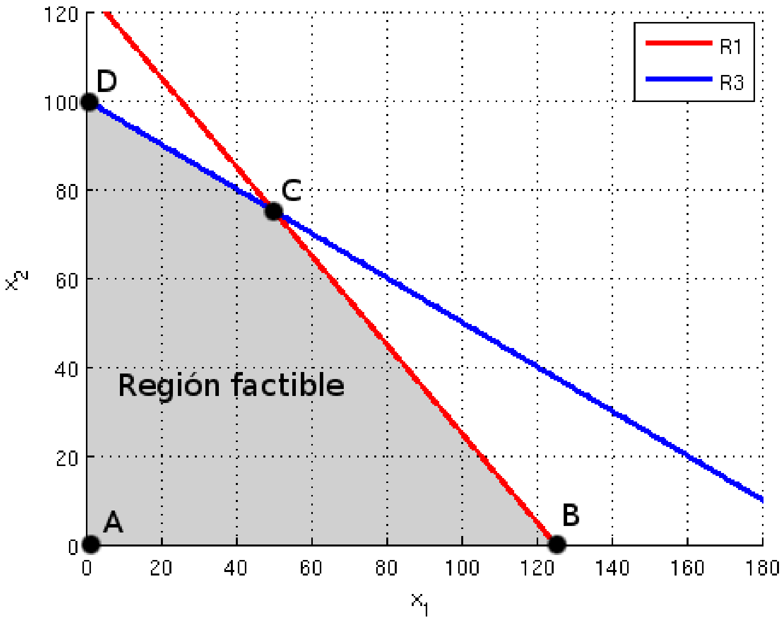

Figura 2.1: Restricciones del ejercicio 2

2.1.3. Resolución por el algoritmo del Simplex

1. Reescribimos las restricciones a la forma estandar:

$$R1: \; 0'25x_1 + 0'5x_2 + x_3 = 50$$
$$R2: \; x_1 + x_2 + x_4 = 150$$
$$R3: \; x_1 + x_2 + x_5 = 125$$

2. Creamos la tabla inicial:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	B
0	x_3	1/4	$\boxed{1/2}$	1	0	0	50
0	x_4	1	1	0	1	0	150
0	x_5	1	1	0	0	1	125
-	Z	0	0	0	0	0	0
-	Z - C_i	-250	-400	0	0	0	-

3. Tenemos valores negativos en la última fila, por lo que continuamos. Entra la variable x_2, ya que su valor es el más bajo de la última fila, y sale la variable x_3, por la prueba del cociente mínimo:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	B	Operación
400	x_2	1/2	1	2	0	0	100	
0	x_4	1/2	0	-2	1	0	50	
0	x_5	$\boxed{1/2}$	0	-2	0	1	25	
-	Z						40000	-
-	Z - C_i	-50	0	800	0	0	-	-

4. Tenemos valores negativos en la última fila, por lo que continuamos. Entra la variable x_1, ya que su valor es el más bajo de la última fila, y sale la variable x_5, por la prueba del cociente mínimo:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	B	Operación
400	x_2	0	1	4	0	-1	$\boxed{75}$	
0	x_4	0	0	0	1	-1	25	
250	x_1	1	0	-4	0	2	$\boxed{50}$	
-	Z						$\boxed{42500}$	-
-	Z - C_i	0	0	600	0	100	-	-

5. Como ya no tenemos valores negativos en la última fila, hemos encontrado la solución óptima (42500). Los valores que componen dicha solución son:

$$x_1 = 50,\ x_2 = 75$$

tal y como nos había dado en la resolución gráfica.

2.1.4. Método gráfico vs Algoritmo del Simplex

Ambos métodos evalúan distintas situaciones hasta encontrar la óptima. El método gráfico a través de los vértices del polígono, y el algoritmo del Simplex mediante transformaciones lineales de las restricciones.

Es fácilmente apreciable en este ejercicio que el método del Simplex es más tedioso. Por tanto, cuando sólo se disponga de 2 variables de decisión, probablemente sea mejor optar por el método gráfico. Con más variables, sin embargo, el método gráfico de dos dimensiones no es válido, y el algoritmo del Simplex, por su parte, sí que nos servirá para encontrar la solución.

2.2. Ejercicio 3

2.2.1. Enunciado

El fabricante de pinturas $DeColores$ produce pinturas para interiores y exteriores. Utiliza para ello dos materias primas esenciales, $M1$ y $M2$. Para fabricar una tonelada de pintura para exteriores necesita 6 tm. de $M1$ y una tonelada de $M2$, y para fabricar una tonelada de pintura para interiores necesita 4 tm de $M1$ y 2 tm de $M2$. Además, sabe que por cada tonelada de pintura para interiores gana 5.000 $ y por cada tonelada de pintura para exteriores gana 4.000 $. La disponibilidad diaria de $M1$ son 24 tm, y de $M2$ 6 tm.

Por una encuesta de mercado se sabe que la demanda diaria de pintura para interiores no puede ser mayor que una tonelada más que la pintura para exteriores. También, que la demanda máxima diaria de pintura para interiores es de dos toneladas.

Se trata de determinar las cantidades de pintura que debe producir $DeColores$ para maximizar su beneficio.

a) Resuelva el problema mediante el método gráfico.

b) Resuelva el problema mediante el Algoritmo Simplex.

c) Explique las similitudes entre uno y otro método.

Especificación formal del problema

- Variables:

  x_1 = cantidad de pinturas de interiores
  x_2 = cantidad de pinturas de exteriores

- Función a optimizar (maximizar):

$$f(x_1, x_2) = 5000x_1 + 4000x_2 \Rightarrow Z = -\frac{5000x_1}{4000} + n$$

- Restricciones del problema:

$$\begin{aligned} R0 &: \; x_1, x_2 \geq 0 \\ R1 &: \; 4x_1 + 6x_2 \leq 24 \\ R2 &: \; 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ R3 &: \; x_1 \leq 1 + x_2 \equiv x_1 - x_2 \leq 1 \\ R4 &: \; x_1 \leq 2 \end{aligned}$$

2.2.2. Resolución gráfica

1. Representamos las restricciones:

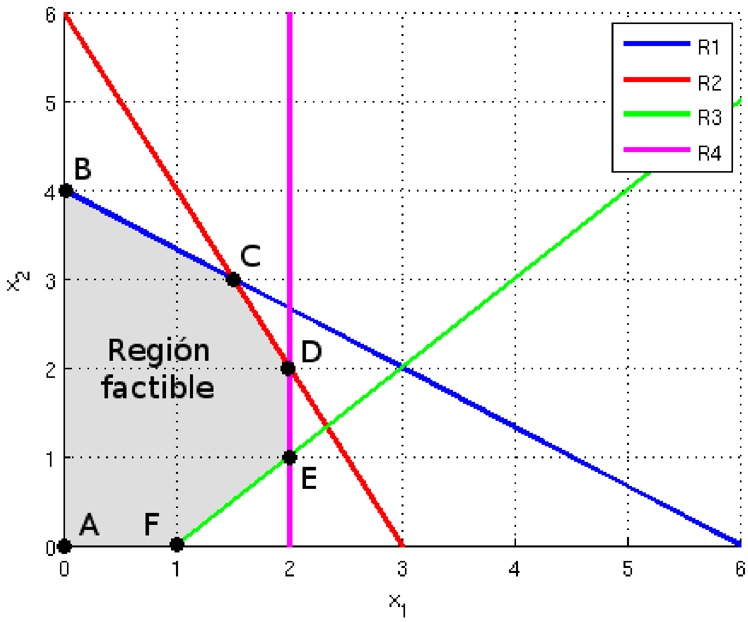

Figura 2.2: Restricciones del ejercicio 3

2. Calculamos los vértices:

$$\begin{array}{l} A = (0,0) \\ B = (0,4) \\ C = \left\{ \begin{array}{c} R1 \\ R2 \end{array} \right\} = (3/2,3) = (1'5,3) \\ D = \left\{ \begin{array}{c} R2 \\ R4 \end{array} \right\} = (2,2) \\ E = \left\{ \begin{array}{c} R3 \\ R4 \end{array} \right\} = (2,1) \\ F = (1,0) \end{array}$$

3. Dibujamos las rectas de nivel de Z:

$$f(x_1,x_2) = 5000x_1 + 4000x_2 \Rightarrow x_2 = -\frac{5000x_1}{4000} + n \Rightarrow n = x_2 + \frac{5000x_1}{4000}$$

$$\begin{array}{l} A = (0,0) \Rightarrow n = 0+0 = 0 \Rightarrow Z = -\frac{5000x_1}{4000} \\ B = (0,4) \Rightarrow n = 4+0 = 4 \Rightarrow Z = -\frac{5000x_1}{4000} + 4 \\ C = (1'5,3) \Rightarrow n = 3 + \frac{5000\cdot 1'5}{4000} = 3 + 1'875 = 4'875 \Rightarrow Z = -\frac{5000x_1}{4000} + 4'875 \\ D = (2,2) \Rightarrow n = 2 + \frac{5000\cdot 2}{4000} = 4'5 \Rightarrow Z = -\frac{5000x_1}{4000} + 4'5 \\ E = (2,1) \Rightarrow n = 1 + \frac{5000\cdot 2}{4000} = 3'5 \Rightarrow Z = -\frac{5000x_1}{4000} + 3'5 \\ F = (1,0) \Rightarrow n = 0 + \frac{5000}{4000} = 1'25 \Rightarrow Z = -\frac{5000x_1}{4000} + 1'25 \end{array}$$

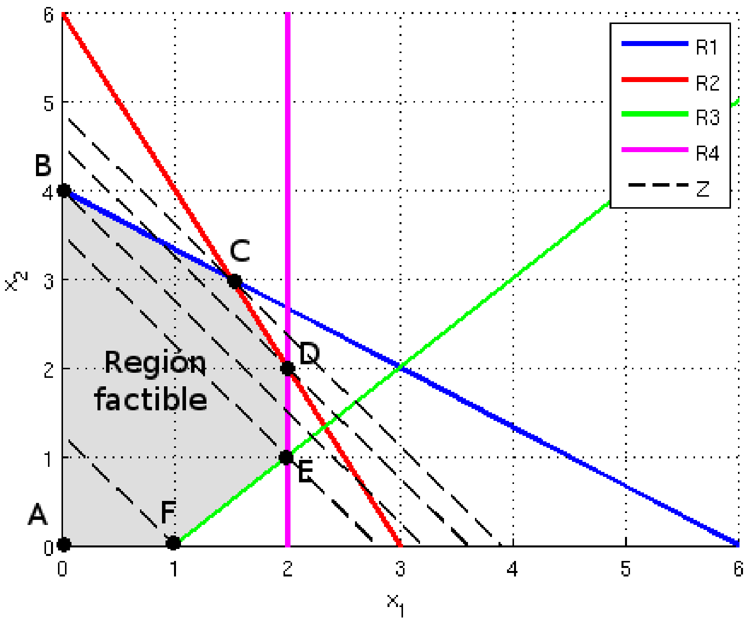

Figura 2.3: Rectas de nivel del ejercicio 3

Se trata de maximizar, por lo que nos quedaremos con la recta de nivel que más ordenada en el origen tenga. Así pues, la solución óptima será la que pasa por el vértice $C = (1'5, 3)$, es decir:

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 1'5 = \text{pinturas de interior} \\ x_2 = 3 = \text{pinturas de exterior} \end{array}}$$

2.2.3. Resolución por el algoritmo del Simplex

1. Reescribimos la función objetivo y las restricciones a la forma estandar:

$$\begin{array}{l}
Z = \overbrace{5000}^{C_1} x_1 + \overbrace{4000}^{C_2} x_2 + \overbrace{0}^{C_3} x_3 + \overbrace{0}^{C_4} x_4 + \overbrace{0}^{C_5} x_5 + \overbrace{0}^{C_6} x_6 \\
R1: \; 4x_1 + 6x_2 + \boxed{\mathrm{x}_3} = 24 \\
R2: \; 2x_1 + x_2 + \boxed{\mathrm{x}_4} = 6 \\
R3: \; x_1 - x_2 + \boxed{\mathrm{x}_5} = 1 \\
R4: \; x_1 + \boxed{\mathrm{x}_6} = 2 \\
R0: \; x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0
\end{array}$$

Donde podemos observar que las variables básicas (recuadradas) son: x_3, x_4, x_5 y x_6.

2. Creamos la tabla inicial, con las variables básicas:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B
0	$x_3 = 24$	4	6	1	0	0	0	24
0	$x_4 = 6$	2	1	0	1	0	0	6
0	$x_5 = 1$	$\boxed{1}$	-1	0	0	1	0	1
0	$x_6 = 2$	1	0	0	0	0	1	2
-	$Z_i = C_i^B \cdot y_i$	0	0	0	0	0	0	0
-	$Z_i - C_i$	-5000	-4000	0	0	0	0	-

3. Comenzamos el proceso:

   Entrará x_1, puesto que su columna tiene el valor más bajo en la fila $Z_i - C_i$. La variable que saldrá será x_5, puesto que por la prueba del cociente mínimo: $\frac{1}{1} < \frac{2}{1} < \frac{6}{2} < \frac{24}{4}$.

   Actualizamos la tabla y cambiamos x_5 por x_1:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B	Operación
0	$x_3 = 24$	0	10	1	0	-4	0	20	$F_1' = F_1 - 4 \cdot F_3$
0	$x_4 = 6$	0	3	0	1	-2	0	4	$F_2' = F_2 - 2 \cdot F_3$
5000	$x_1 = 1$	1	-1	0	0	1	0	1	
0	$x_6 = 2$	0	$\boxed{1}$	0	0	-1	1	1	$F_4' = F_4 - F_3$
-	$Z_i = C_i^B \cdot y_i$	5000	-5000	0	0	5000	0	5000	-
-	$Z_i - C_i$	0	-9000	0	0	5000	0	-	-

   Como en la última fila siguen apareciendo números negativos, continuamos con el proceso.

   Ahora tendrá que entrar x_2, puesto que es la columna con valor más bajo. La variable que saldrá será x_6, ya que, por la prueba del cociente mínimo: $\frac{1}{1} < \frac{4}{3} < \frac{20}{10}$

   Actualizamos la tabla y cambiamos x_6 por x_2:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B	Operación
0	$x_3 = 20$	0	0	1	0	6	-10	10	$F'_1 = F_1 - 10 \cdot F_4$
0	$x_4 = 4$	0	0	0	1	$\boxed{1}$	-3	1	$F_2' = F_2 - 3 \cdot F_4$
5000	$x_1 = 1$	1	0	0	0	0	1	2	$F'_3 = F_3 + F_4$
4000	$x_2 = 1$	0	1	0	0	-1	1	1	
-	$Z_i = C_i^B \cdot y_i$	5000	4000	0	0	-4000	9000	14000	-
-	$Z_i - C_i$	0	0	0	0	-4000	9000	-	-

   Como en la última fila siguen apareciendo números negativos, volvemos a iterar.

   Ahora tendrá que entrar x_5, pues tiene el único valor negativo de la última fila. Por la prueba del cociente mínimo, deducimos que debe salir la variable x_4, ya que $\frac{1}{1} < \frac{10}{6} < \frac{2}{0}$.

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B	Operación
0	$x_3 = 10$	0	0	1	-6	0	$\boxed{8}$	4	$F'_1 = F_1 - 6 \cdot F_2$
0	$x_5 = 1$	0	0	0	1	1	-3	1	
5000	$x_1 = 2$	1	0	0	0	0	1	2	
4000	$x_2 = 1$	0	1	0	1	0	-2	2	$F_4' = F_4 + F_2$
-	$Z_i = C_i^B \cdot y_i$	5000	4000	0	4000	0	-3000	18000	-
-	$Z_i - C_i$	0	0	0	4000	0	-3000	-	-

En la última fila siguen apareciendo números negativos, por lo tanto, volvemos a iterar.

Ahora tendrá que entrar x_6, y saldrá x_3, puesto que $\frac{1}{2} < 2 < 1$

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B	Operación
0	$x_6 = 4$	0	0	1/8	-6/8	0	1	1/2	$F'_1 = F_1/8$
0	$x_5 = 1$	0	0	3/8	-5/4	1	0	5/2	$F'_2 = F_2 + 3F'_1$
5000	$x_1 = 2$	1	0	-1/8	6/8	0	0	$\boxed{3/2}$	$F'_3 = F_3 - F'_1$
4000	$x_2 = 2$	0	1	1/4	-1/2	0	0	$\boxed{3}$	$F'_4 = F_4 + 2F'_1$
-	$Z_i = C_i^B \cdot y_i$	5000	4000	375	1750	0	0	$\boxed{19500}$	-
-	$Z_i - C_i$	0	0	375	1750	0	0	-	-

4. Ya hemos llegado a una situación en la que en la última fila no hay valores negativos, por tanto, ya hemos encontrado la solución óptima.

   El valor máximo de la función es $Z = 19500$, y dicha solución está compuesta por:

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = \frac{3}{2} = 1{,}5 \\ x_2 = 3 \end{array}}$$

   Podemos comprobar que el resultado es el mismo que obtuvimos con el método gráfico.

2.2.4. Resolución gráfica vs. Algoritmo del Simplex

Ambos métodos evalúan distintas situaciones hasta encontrar la óptima. El método gráfico a través de los vértices del polígono, y el algoritmo del Simplex mediante transformaciones lineales de las restricciones.

Es fácilmente apreciable en este ejercicio que el método del Simplex es más tedioso. Por tanto, cuando sólo se disponga de 2 variables de decisión, probablemente sea mejor optar por el método gráfico. Con más variables, sin embargo, el método gráfico de dos dimensiones no es válido, y el algoritmo del Simplex, por su parte, sí que nos servirá para encontrar la solución.

2.3. Ejercicio 4

A una persona que quiere adelgazar se le ofrecen dos productos A y B para que tome una mezcla de ambos con las recomendaciones siguientes. No debe tomar más de 150 g de la mezcla ni menos de 50 g. La cantidad de A debe ser igual o superior a la de B. No debe incluir más de 100 g de A. Se sabe que 100 g de A contienen 30 mg de vitaminas y 450 calorías y 100 g de B contienen 20 mg de vitaminas y 150 calorías. Plantee el problema y resuélvalo mediante el método del simplex para responder a las siguientes cuestiones:

- a. ¿Cuántos gramos de cada producto debe mezclar para obtener el preparado más rico en vitaminas?
- b. ¿Y el más pobre en calorías?

2.3.1. Planteamiento del problema(Apartado A)

	PRODUCTO A	PRODUCTO B
VITAMINAS	30mg/100g	20mg/100g
CALORIAS	450Calorias/100g	150Calorias/100g

- **1º Definición de variables de decisión.**
  X_1 = Cantidad producto A; X_2: Cantidad Producto B
- **2º Coeficientes**
  C_1 = 0.30 ; C_2: 0.20
- **3º Definición de la función objetivo**
  La función objetivo Z será $Z = 0{,}30X_a + 0{,}20X_b$ Habrá que maximizar la función para obtener el mayor número de vitaminas.
- **4º Restricciones (Fomra original)**

$$R_1 : X_1 + X_2 \leq 150$$
$$R_2 : X_1 + X_2 \geq 50$$
$$R_3 : X_1 - X_1 \geq 0$$
$$R_4 : X_1 \leq 100$$

- **5ª Restricciones (Fomra estandar)**

$$R_1 : X_1 + X_2 + X_3 = 150$$
$$R_2 : X_1 + X_2 - X_4 + X_7 = 50$$
$$R_3 : X_1 - X_1 - X_5 + X_8 = 0$$
$$R_4 : X_1 + X_6 = 100$$

- **6º Restricciones de signo**

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8 \geq 0$$

Una vez planteado el problema pasaremos a resolverlo por el método simplex:

- 7º Resolución Simplex

TABLA INICIAL

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	$\mathbf{Y_7}$	$\mathbf{Y_8}$	**B**	**OP**
0	$X_3 = 150$	1	1	1	0	0	0	0	0	150	
-M	$X_7 = 50$	1	1	0	-1	0	0	1	0	50	
-M	$X_8 = 0$	1	-1	0	0	-1	0	0	1	0	
0	$X_6 = 100$	1	0	0	0	0	1	0	0	100	
	Z	-2M	0	0	M	M	0	-M	-M	-50M	
	$\mathbf{Z - C_i}$	-2M-0’3	-0’2	0	M	M	0	0	0		

Podemos ver que la variable que sale es X_8 y la que entra es X_1

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	$\mathbf{Y_7}$	$\mathbf{Y_8}$	**B**	**OP**
0	$X_3 = 150$	0	2	1	0	1	0	0	-1	150	$f_1 = f_1 - f_3$
-M	$X_7 = 50$	0	2	0	-1	1	0	1	-1	50	$f_2 = f_2 - f_3$
0’3	$X_1 = 0$	1	-1	0	0	-1	0	0	1	0	
0	$X_6 = 100$	0	1	0	0	1	1	0	-1	100	$f_4 = f_4 - f_3$
	Z	0’3	-2M-0’3	0	M	-M-0’3	0	-M	-M-0’3	-50M	
	$\mathbf{Z - C_i}$	0	-2M-0’5	0	M	M-0’3	0	0	-0’3		

- Se podría haber quitado la columna correspondiete a X_8, en las próximas tablas se eliminará.
- Ahora podemos quitar la columna correspondiete a X_7.
- Podemos ver que la variable que sale es X_7 y la que entra es X_2

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	$\mathbf{Y_7}$	$\mathbf{Y_8}$	**B**	**OP**
0	$X_3 = 100$	0	0	1	1	0	0	-	-	100	$f_1 = f_1' - 2f_2$
0’2	$X_2 = 25$	0	1	0	-0’5	0’5	0	-	-	25	$f_2 = f_2'/2$
0’3	$X_1 = 25$	1	0	0	-0’5	-0’5	0	-	-	25	$f_3 = f_3' + f_2$
0	$X_6 = 75$	0	0	0	0,5	0,5	1	-	-	75	$f_4 = f_4' - f_2$
	Z	0’3	0’2	0	-0’25	-0’05	0	-	-	12’5	
	$\mathbf{Z - C_i}$	0	0	0	-0’25	-0’05	0	-	-		

- En las operaciones la notación ‘f_i' se refiere a la fila de la tabla anterior.
- Podemos ver que la variable que sale es X_3 y la que entra es X_4

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	$\mathbf{Y_7}$	$\mathbf{Y_8}$	**B**	**OP**
0	$X_4 = 100$	0	0	1	1	0	0	-	-	100	
0’2	$X_2 = 75$	0	1	0’5	0	0’5	0	-	-	75	$f_2 = f_2' + f_1/2$
0’3	$X_1 = 75$	1	0	0’5	0	-0’5	0	-	-	75	$f_3 = f_3' + f_1/2$
0	$X_6 = 25$	0	0	-0’5	0	0,5	1	-	-	25	$f_4 = f_4' - f_1/2$
	Z	0’3	0’2	0’25	0	-0’05	0	-	-	37’5	
	$\mathbf{Z - C_i}$	0	0	-0’25	0	-0’05	0	-	-		

- Podemos ver que la variable que sale es X_6 y la que entra es X_5

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	$\mathbf{Y_7}$	$\mathbf{Y_8}$	**B**	**OP**
0	$X_4 = 100$	0	0	1	1	0	0	-	-	100	
0’2	$X_2 = 50$	0	1	1	0	0	-1	-	-	50	$f2 = f_2' + f_1/2$
0’3	$X_1 = 100$	1	0	0	0	0	1	-	-	100	$f3 = f'3 + f_1/2$
0	$X_5 = 50$	0	0	-1	0	1	2	-	-	50	$f_4 = f_4' - f_1/2$
	Z	0’3	0’2	0’2	0	0	0’1	-	-	40	
	$\mathbf{Z - C_i}$	0	0	0’2	0	0	0’1	-	-		

Solución

- Ya tenemos solución $X_1 = 100$ y $X_2 = 50$, el valor óptimo de la z es: $Z \equiv 100 * 0'3 + 50 * 0'20 = 40$

2.3.2. Planteamiento del problema(Apartado B)

El planteamiento e el mismo que el del apartado B, lo único que cambia es la función objetivo que en este caso es:

$$Z = 4'5X_1 + 1'5X_2$$

Hay que minimizar la función que es lo mismo que maximizar su inversa.

$$Z = -4'5X_1 - 1'5X_2$$

TABLA INICIAL

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	$\mathbf{Y_7}$	$\mathbf{Y_8}$	**B**	**OP**
0	$X_3 = 150$	1	1	1	0	0	0	0	0	150	
-M	$X_7 = 50$	1	1	0	-1	0	0	1	0	50	
-M	$X_8 = 0$	1	-1	0	0	-1	0	0	1	0	
0	$X_6 = 100$	1	0	0	0	0	1	0	0	100	
	Z	-2M	0	0	M	M	0	-M	-M	-50M	
	$\mathbf{Z - C_i}$	-2M-0'3	-0'2	0	M	M	0	0	0		

Podemos ver que la variable que sale es X_8 y la que entra es X_1

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	$\mathbf{Y_7}$	$\mathbf{Y_8}$	**B**	**OP**
0	$X_3 = 150$	0	2	1	0	1	0	0	-1	150	$f_1 = f_1 - f_3$
-M	$X_7 = 50$	0	2	0	-1	1	0	1	-1	50	$f_2 = f_2 - f_3$
-4'5	$X_1 = 0$	1	-1	0	0	-1	0	0	1	0	
0	$X_6 = 100$	0	1	0	0	1	1	0	-1	100	$f_4 = f_4 - f_3$
	Z	-4'5	-2M+4'5	0	M+4'5	-M-4'5	0	-M	-M-4'5	-50M	
	$\mathbf{Z - C_i}$	0	-2M+3	0	M+4'5	-M-4'5	0	0	-4'5		

- Se podría haber quitado la columna correspondiete a X_8, en las próximas tablas se eliminará.
- Ahora podemos quitar la columna correspondiete a X_7.
- Podemos ver que la variable que sale es X_7 y la que entra es X_2

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	$\mathbf{Y_7}$	$\mathbf{Y_8}$	**B**	**OP**
0	$X_3 = 100$	0	0	1	1	0	0	-	-	100	$f_1 = f_1' - 2f_2$
0'2	$X_2 = 25$	0	1	0	-0'5	0'5	0	-	-	25	$f2 = f_2'/2$
0'3	$X_1 = 25$	1	0	0	-0'5	-0'5	0	-	-	25	$f3 = f'3 + f_2$
0	$X_6 = 75$	0	0	0	0,5	0,5	1	-	-	75	$f_4 = f_4' - f_2$
	Z	-4'5	-1'5	0	3	1'5	1'5	-	-	150	
	$\mathbf{Z - C_i}$	0	0	0	3	1'5	0	-	-		

- En las operaciones la notación 'f_i' se refiere a la fila de la tabla anterior.

Solución

Ya tenemos solución $X_1 = 25$ y $X_2 = 25$ por tanto la función Z tendrá un valor de :

$$Z \equiv 4'5X_1 + 1'5X_2 = 150$$

2.4. Ejercicio 5

2.4.1. Enunciado

Formule y resuelva mediante el Algoritmo del Simplex el siguiente problema de Programación Lineal. Tenga en cuenta que tal vez sea necesario simplificar las restricciones para trabajar adecuadamente con el problema.

En una explotación agraria de 100 hectáreas se desean realizar diferentes labores como son: cultivar dos tipos de cereal (trigo y cebada), plantar dos tipos de frutales (perales y manzanos), y reforestar, para lo cual se plantarán pinos y chopos. Los beneficios que se obtienen por cada hectárea cultivada de trigo y cebada son respectivamente 3 y 2,5 unidades monetarias; así mismo, por cada hectárea de perales se obtienen 3,5 u.m. y por cada hectárea de manzanos, 4 u.m. Por otro lado, se obtiene una subvención por la reforestación y se otorgan 5 u.m. por cada hectárea de pinos y 4.5 u.m. por cada hectárea de chopos. Las normas de la explotación obligan a utilizar al menos el 40 % del total de la tierra en el cultivo de los cereales, y como máximo un 35 % de la tierra en cualquiera de las otras dos labores, frutales o reforestación. Calcule cómo ha de repartirse la tierra para obtener un beneficio máximo.

2.4.2. Solución

1. Definimos las variables de decisión:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \text{hectáreas cultivadas de trigo} \\
x_2 &= \text{hectáreas cultivadas de cebada} \\
x_3 &= \text{hectáreas plantadas de perales} \\
x_4 &= \text{hectáreas plantadas de manzanos} \\
x_5 &= \text{hectáreas plantadas de pinos} \\
x_6 &= \text{hectáreas plantadas de chopos}
\end{aligned}$$

2. Planteamos la función a optimizar:

$$Z = 3x_1 + 2{,}5x_2 + 3{,}5x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 4{,}5x_6$$

3. Planteamos las restricciones del problema:

$$\begin{aligned}
&R0 : x_1, x_2, ..., x_6 \geq 0 \\
&R1 : x_1 + x_2 + ... + x_6 \leq 100 \\
&R2 : x_1 + x_2 \geq 0{,}4(x_1 + x_2 + ... + x_6) \\
&R3 : x_3 + x_4 \leq 0{,}35(x_1 + x_2 + ... + x_6) \\
&R4 : x_5 + x_6 \leq 0{,}35(x_1 + x_2 + ... + x_6)
\end{aligned}$$

Ahora convertimos las restricciones a la forma estándar, introduciendo variables de holgura:

$$R0 : x_1, x_2, ..., x_6 \geq 0$$
$$R1 : x_1 + x_2 + ... + x_6 + x_7 = 100$$
$$R2 : -3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 + 2x_6 + x_8 = 0$$
$$R3 : -7x_1 - 7x_2 + 13x_3 + 13x_4 - 7x_5 - 7x_6 + x_9 = 0$$
$$R4 : -7x_1 - 7x_2 - 7x_3 - 7x_4 + 13x_5 + 13x_6 + x_{10} = 0$$

4. Resolvemos por el algoritmo del Simplex:

   Planteamos la tabla inicial:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	B
0	x_7	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	100
0	x_8	-3	-3	2	2	2	2	0	1	0	0	0
0	x_9	-7	-7	13	13	-7	-7	0	0	1	0	0
0	x_{10}	-7	-7	-7	-7	$\boxed{13}$	13	0	0	0	1	0
-	Z-C_i	-3	-2.5	-3.5	-4	-5	-4.5	0	0	0	0	0

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	B
0	x_7	1.538	1.538	1.5384	1.538	0	0	1	0	0	-0.077	100
0	x_8	-1.923	-1.923	3.0769	3.077	0	0	0	1	0	-0.154	0
0	x_9	-10.769	-10.769	9.23	$\boxed{9.23}$	0	0	0	0	1	0.538	0
5	x_5	-0.538	-0.538	-0.538	-0.538	1	1	0	0	0	0.077	0
-	Z-C_i	-5.6923	-5.192	-6.19	-6.69	0	0.5	0	0	0	0.385	0

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	B
0	x_7	3.333	3.333	0	0	0	0	1	0	-0.167	-0.167	100
0	x_8	$\boxed{1.667}$	1.667	0	0	0	0	0	1	-0.333	-0.333	0
4	x_4	-1.167	-1.167	1	1	0	0	0	0	0.108	0.583	0
5	x_5	-1.167	-1.167	0	0	1	1	0	0	0.058	0.108	0
-	Z-C_i	-13.5	-13	0.5	0	0	0.5	0	0	0.725	0.775	0

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	B
0	x_7	0	0	0	0	0	0	1	-2	$\boxed{0.5}$	0.5	100
3	x_1	1	1	0	0	0	0	0	0.6	-0.2	-0.2	0
4	x_4	0	0	1	1	0	0	0	0.7	-0.125	-0.175	0
5	x_5	0	0	0	0	1	1	0	0.7	-0.175	-0.125	0
-	Z-C_i	0	0.5	0.5	0	0	0.5	0	8.1	-1.975	-1.925	0

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	B
0	x_9	0	0	0	0	0	0	2	-4	1	1	200
3	x_1	1	1	0	0	0	0	0.4	-0.2	0	0	$\boxed{40}$
4	x_4	0	0	1	1	0	0	0.25	0.2	0	-0.05	$\boxed{25}$
5	x_5	0	0	0	0	1	1	0.35	0	0	0.05	$\boxed{35}$
-	Z-C_i	0	0.5	0.5	0	0	0.5	3.95	0.2	0	0.05	$\boxed{395}$

2.5. Ejercicio 6

2.5.1. Enunciado

Resuelva el siguiente problema utilizando el método del Simplex:

$$\text{Maximizar } Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

$$\begin{aligned} R1 &: \; 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60 \\ R2 &: \; 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40 \\ R3 &: \; x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 80 \\ R0 &: \; x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

2.5.2. Solución

1. Planteamos las restricciones de forma estándar:

$$\begin{aligned} R1 &: \; 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 60 \\ R2 &: \; 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 40 \\ R3 &: \; x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_6 = 80 \\ R0 &: \; x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

2. Creamos la tabla inicial:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B
0	$x_4 = 60$	3	$\boxed{4}$	2	1	0	0	60
0	$x_5 = 40$	2	1	2	0	1	0	40
0	$x_6 = 80$	1	3	2	0	0	1	80
-	$Z_i = C_i^B \cdot y_i$	0	0	0	0	0	0	0
-	$Z_i - C_i$	-2	-4	-3	0	0	0	-

La primera variable que entrará es x_2, ya que su celda de la última fila es la que valor más bajo tiene. Por el método del cociente mínimo, la variable que sale es x_4, ya que $15 < 26{,}666 < 40$.

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B	Operaciones
4	$x_2 = 60$	3/4	1	1/2	1/4	0	0	15	$F_1' = \frac{1}{4}F_1$
0	$x_5 = 40$	5/4	0	$\boxed{3/2}$	-1/4	1	0	25	$F_2' = F_2 - F_1'$
0	$x_6 = 80$	-5/4	0	1/2	-3/4	0	1	35	$F_3' = F_3 - 3F_1'$
-	$Z_i = C_i^B \cdot y_i$	3	4	2	1	0	0	60	-
-	$Z_i - C_i$	5	0	-1	0	0	0	-	-

Como seguimos teniendo valores negativos en la última fila, nos quedamos con el menor, -1, que corresponde a la variable que entrará a continuación, x_3. La variable que saldrá, por la prueba del cociente mínimo, es x_5, ya que $\frac{25}{3/2} < \frac{15}{1/2} < \frac{35}{1/2}$.

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B	Operaciones
4	$x_2 = 15$	1/3	1	0	1/3	-1/3	0	$\boxed{20/3}$	$F'_1 = F_1 - \frac{1}{2}F'_2$
3	$x_3 = 25$	5/6	0	1	-1/6	2/3	0	$\boxed{50/3}$	$F'_2 = \frac{2}{3}F_2$
0	$x_6 = 35$	-5/3	0	0	-2/3	-1/3	1	80/3	$F'_3 = F_3 - \frac{1}{2}F'_2$
-	$Z_i = C_i^B \cdot y_i$	23/6	4	3	5/6	2/3	0	$\boxed{230/3}$	-
-	$Z_i - C_i$	11/6	0	0	5/6	2/3	0	-	-

3. Como ya no aparecen valores negativos en la última fila, hemos encontrado el valor óptimo de la función (máximo), que es $\frac{230}{3} = 76'667$, formado por los valores de las variables:

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{20}{3} \\ x_3 = \frac{50}{3} \end{array}}$$

2.6. Ejercicio 7

Maximizar $Z = 2X_1 + 4X_2 + 3_X 3$ Sujeto a:

$$R_1 : 3X_1 + 4X_2 + 2X_3 \leq 60$$

$$R_2 : 2X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 40$$

$$R_3 : X_1 + 3X_2 + 2X_3 \leq 80$$

$$R_4 : X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	**B**	**OP**
0	$X_4 = 6$	3	1	1	1	0	0	6	
0	$X_5 = 1$	1	-1	2	0	1	0	1	
0	$X_6 = 2$	1	1	-2	0	0	1	2	
	Z	0	0	0	0	0	0	0	
	$\mathbf{Z - C_i}$	-2	1	-1	0	0	0		

- Sale X_2 y entra X_1

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	**B**	**OP**
0	$X_4 = 3$	0	4	-5	1	-3	0	3	$f_1 = f'_1 - f_2$
2	$X_1 = 1$	1	-1	2	0	1	0	1	
0	$X_6 = 1$	0	2	-4	0	0	-1	1	$f_3 = f'_3 - f_{\cdot}2$
	Z	2	-2	2	0	2	0	2	
	$\mathbf{Z - C_i}$	0	-1	3	0	2	0		

- Sale X_6 y entra X_2

$\mathbf{C^b}$	$\mathbf{X^b}$	$\mathbf{Y_1}$	$\mathbf{Y_2}$	$\mathbf{Y_3}$	$\mathbf{Y_4}$	$\mathbf{Y_5}$	$\mathbf{Y_6}$	**B**	**OP**
0	$X_4 = 1$	0	4	3	1	-1	2	1	$f_1 = f_1' - 4f_3$
2	$X_1 = 1'5$	1	0	0	0	0'5	0'5	1'5	$f_2 = f_2' + f_3$
-1	$X_2 = 0'5$	0	1	-2	0	-0'5	0'5	0'5	$f_3 = f_3'/2$
	Z	2	-1	2	0	0'5	0	2'5	
	$\mathbf{Z - C_i}$	0	0	1	0	1'5	0'5		

Solución: $X_1 = 1'5$ y $X_2 = 0'5$

2.7. Ejercicio 8

2.7.1. Enunciado

Minimizar

$$Z = x_1 - x_2 - 2x_3$$

Sujeto a

$$\begin{aligned}
&R1 : x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 20\\
&R2 : x_1 - 2x_2 - x_3 \geq -30\\
&R3 : 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 50\\
&R0 : x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}$$

2.7.2. Solución

1. Reescribimos el problema de forma estandar:

$$\begin{aligned}
&R1 : x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 20\\
&R2 : -x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = -30\\
&R3 : 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_6 = 50\\
&R4 : x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}$$

2. Construimos la tabla inicial

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B
0	$x_4 = 20$	1	2	-1	1	0	0	20
0	$x_5 = 30$	-1	2	$\boxed{1}$	0	1	0	30
0	$x_6 = 50$	2	3	1	0	0	1	50
	Z	0	0	0	0	0	0	0
	Z-C_i	1	-1	-2	0	0	0	-

3. Iteramos hasta que no haya valores negativos en la última fila

   La variable que entra es x_3, y sale x_5:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B
0	$x_4 = 50$	0	4	0	1	1	0	50
0	$x_3 = 30$	-1	2	1	0	1	0	30
0	$x_6 = 20$	$\boxed{3}$	1	0	0	-1	1	20
	Z	-2	4	2	0	2	0	60
	Z-C_i	-1	3	0	0	2	0	-

El valor mínimo de la última fila corresponde a la variable x_1, por tanto, será esta la primera en entrar. Por la prueba del cociente mínimo, la variable en salir será x_6:

C^B	X^B	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	B
0	$x_4 = 50$	0	4	0	1	1	0	50
0	$x_5 = 110/3$	0	7/3	1	0	2/3	1/3	110/3
0	$x_1 = 20/3$	1	1/3	0	0	-1/3	1/3	20/3
	Z	-1	13/3	2	0	5/3	1/3	200/3
	Z-C_i	0	10/3	0	0	5/3	1/3	-

No existen valores negativos en la última fila, por lo que dejamos de iterar. Ya tenemos la solución óptima:

$$\boxed{\begin{array}{l} x_1 = \frac{20}{3} \\ x_2 = 0 \\ x_3 = \frac{110}{3} \end{array}}$$

2.8. Ejercicio 9

2.8.1. Problema 1

Enunciado

Un joyero con 80 kgs. de diamantes y 120 kgs. de oro quiere fabricar colecciones de anillos y pulseras para venderlas, respectivamente, a 20.000 y 15.000 Euros sacar el máximo beneficio. Para una colección de anillos emplea 1 kg. de diamantes y 3 kgs de oro, y para una de pulseras 2 kgs. de ambos materiales. ¿Cuántas colecciones de anillos y pulseras deberá vender?

Planteamiento

$$\begin{array}{l} x_1 = \text{número de colecciones de anillos} \\ x_2 = \text{número de colecciones de pulseras} \end{array}$$

$$f(x_1, x_2) = 20000x_1 + 15000x_2$$

$$\left.\begin{array}{l} R0 : x_1, x_2 \geq 0 \\ R1 : 3x_1 + 2x_2 \leq 120 \\ R2 : x_1 + 2x_2 \leq 80 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} R0 : x_1, x_2 \geq 0 \\ R1 : 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 120 \\ R2 : x_1 + 2x_2 + x_4 = 80 \end{array}\right.$$

2.8.2. Problema 2

Enunciado

Un avión de la compañía X ofrece plazas en primera clase por 10.000 u.m. y en segunda clase por 6.000 u.m. A los pasajeros de primera clase se les permite llevar 50 kgs. de peso y a los de segunda 20 kgs. Si el avión tiene 90 plazas y admite un equipaje de hasta 3.000 kg. ¿Cuál ha de ser la oferta de plazas de la compañía para cada tipo de pasajeros, con la finalidad de optimizara el beneficio?

Planteamiento

$$x_1 = \text{número de plazas en primera clase}$$
$$x_2 = \text{número de plazas en segunda clase}$$

$$Z = 10000x_1 + 6000x_2$$

$$\left.\begin{array}{l} R0 : x_1, x_2 \geq 0 \\ R1 : x_1 + x_2 \leq 90 \\ R2 : 20x_1 + 50x_2 \leq 3000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} R0 : x_1, x_2 \geq 0 \\ R1 : x_1 + x_2 + x_3 = 90 \\ R2 : 20x_1 + 50x_2 + x_4 = 3000 \end{array}\right.$$